

Tentamen ProgrammaCorrectheid

16 augustus 2005

09.00 – 12.00 uur

Opgave 1

Onder een *permutatie* van een eindige verzameling getallen verstaan we een opsomming van die getallen in een of andere volgorde. In een permutatie zijn dus alle elementen verschillend.

Gegeven is nu de declaratie

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; {n > 0}
  a, b ∈ ARRAY [0..n) OF [0..n) {a, b permutaties}
VAR
  m : INTEGER ;
  {P : M = (MIN i : 0 ≤ i < n ∧ a[i] ≤ b[i] : i)}
  T;
  {Q : m = M}
```

- 1. Ontwerp systematisch een herhalingscommando T dat aan de gegeven specificatie voldoet.

Opgave 2

Gegeven: een functie $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ die ascending is in de eerste parameter en descending in de tweede parameter
en de specificatie

```
CONST
  m ∈ INTEGER ; {m ≥ 0}
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (#j : 0 ≤ j < n : (∃ i : 0 ≤ i < m : f(i, j) = j))}
  T;
  {Q : z = Z}
```

- 2. Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie. HINT: maak een plaatje.
- 3. Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- 4. Geef een implementatie van het commando T . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

lees verder

Opgave 3

Deze opgave gaat over kettingbreuken. De notatie $[7, 4, 2, 8, 3]$ staat voor het rationale getal

$$7 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{8 + \frac{1}{3}}}}$$

Hieruit zien we direct de betrekking: $[7, 4, 2, 8, 3] = 7 + \frac{1}{[4, 2, 8, 3]}$. Dit inspireert tot het volgende. Laat gegeven zijn

CONST

$m \in \text{INTEGER} ; \{m > 0\}$

$a \in \text{ARRAY} [0 \dots m) \text{ OF } \text{INTEGER} \{(\forall i : 0 \leq i < m : a[i] > 0)\}$

Voor $0 \leq p \leq q < m$ wordt de functie f gedefinieerd door

$$f(p, q) = \begin{cases} a[p] & \text{als } p = q \\ a[p] + \frac{1}{f(p+1, q)} & \text{als } p < q \end{cases}$$

PROCEDURE *Kettingbreuk* ($x, y : \text{INTEGER}$) =

{ **extern** $t, n : \text{INTEGER}$; **all** $X \in \mathbb{Q}$:

: **pre** $0 \leq x \leq y < m \wedge f(x, y) = X$,

, **post** $t > 0 \wedge n > 0 \wedge t = X \cdot n$ }

- 5. Implementeer de procedure *Kettingbreuk* en bewijs de correctheid van de oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese.



einde